CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA”- EDIȚIA a XIX-a

BĂILEȘTI, 16 MARTIE 2024

CLASA a V-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1. Suma numerelor de patru cifre care împărțite la 75 dau restul 19, este egală cu:

a) 663780 ; b) 680985 ; c) 9994; d) 621500.

2. Câte numere $\overline{abc}$ verifică relația $a + 2b + 3c = 10$?

a) 8 ; b) 7 ; c) 10; d) 11.

3. Se consideră numărul $A = 7 + 7^2 + 7^3 + \cdots + 7^{2025}$.
Ultimele trei cifre ale numărului A sunt :

a) 607 b) 400 c) 407 d) 706

4. Suma cifrelor numărului $N = 9 + 99 + 999 + \cdots + \underbrace{99\ldots9}_{2024\ cifre}$ este egală cu:

a) 2034; b) 2024 ; c) 2043 ; d) 2025.

5. Dacă s(n) este suma cifrelor numărului natural n, câte numere verifică egalitatea $n - s(n) = 2025$? :

a) 15 ; b) 2024 ; c) 10 ; d) 2025.

Probleme propuse de prof. Mihaela Cioplea, Băileşti

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20 puncte)

Determină numărul natural de patru cifre care împărțit la suma cifrelor sale dă câtul 90 și restul 9.

Prof. Vasile Scurtu, GM nr. 6-7-8/2014

Problema 2 (20 puncte)

Determinaţi numerele naturale a şi b care verifică relaţia: $a^4 + 5a + 1 = 5^b$.

Prof. Gabriel Tica, Craiova

Timp de lucru: 2 ore și 30 min
Din oficiu se acordă : 10 puncte

BAREM - Clasa a V-a

Partea I (5 x 10 p.)

1. a); 2. d); 3. a); 4. c); 5.c)

Partea a II-a

Problema 1

$\overline{abcd} = 90(a+b+c+d)+9$ de unde d = 9.....1p

$\overline{abc0} = 90(a+b+c+9)$ 2p

$91a+b-81=8c$.....4p

Dacă $a=1$ avem $10+b=8c$……...2p

$b=6$ *şi* $c=2$…….2p

Dacă $a \geq 2$, atunci

$91a+b-81 \geq 101+b > 100$ iar $8c \leq 72$, ...5p

$a \geq 2$ nu avem soluții.....3p

Soluția 1629..... 1p

Problema 2

Relaţia este echivalentă cu: $a^4+5a=5^b-1$.....4p

Notăm u(n)=ultima cifră a numărului n

Atunci u(n^2) $\in \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$.Rezultă u(n^4) $\in \{0, 1, 5, 6\}$.....4p

Deci u(a^4+5a) $\in \{0, 1, 5, 6\}$.Dar u(5^b-1) $\in \{0, 4\}$.Egalitatea are loc numai dacă b=0.În acest caz relaţia devine $a^4+5a=0$, a cărei singură soluţie naturală este a=0.....10p

Deci, singura soluţie este $a=b=0$.....2p

NOTĂ: Orice altă modalitate corectă de rezolvare se acceptă şi se punctează corespunzător.